

# 剪切产热不稳定性及其在研究深源地震 发生机理上的应用\*

叶正仁 滕春凯 谢小碧

(中国科学院地球物理研究所,北京 100101)

## 摘 要

本文运用稳定性分析的方法,研究在粘弹性介质(Maxwell体)中剪切产热不稳定性的发生条件,并讨论其对于深源地震发生机理的应用。结果表明,在板块向下俯冲的过程中,由粘滞损耗产热将会发生剪切不稳定性,这为解释深源地震发生提供了一个基础。

**关键词** 剪切产热不稳定性,深源地震,俯冲板块,粘滞性。

## 一、引 言

深源地震有着与浅源地震类似的辐射图型,这表明它的发生机制与浅源地震一样,是某种形式的剪切破裂。但由于在深源地震发生的深度范围内(300—670km)地幔中存在极高的围压<sup>[1]</sup>,故很难用通常适用于浅源地震的脆性破裂机制来解释深源地震的发生。

迄今,人们已提出三种关于深源地震的发生机理<sup>[2]</sup>:相变作用,脱水作用及剪切产热不稳定性。其中,剪切产热不稳定性被认为是最有希望的。它的基本物理思想可概括为:在俯冲带,板块下插过程中内部发生剪切形变,由此产生粘滞损耗热使板内温度升高,由于岩石的粘滞系数强烈地依赖于温度,温度升高将导致有效粘度降低因而形变更易发生,使得粘滞损耗增加,温度进一步上升。在一定条件下(取决于介质的几何及物理特性),这种“正反馈”将使剪切形变迅速地集中于一狭窄的形变带(断层)并引起热失控(thermal runaway),即温度的爆炸性上升与应力的急剧下降,触发剪切带的迅速失稳和滑动而发生地震。

作为一种非稳定现象,剪切不稳定性已在流体力学与化学动力学中得到较为广泛的研究<sup>[3]</sup>,近年来亦已被应用于大陆剪切带的热软化问题<sup>[4]</sup>。然而,由于这些研究均是局限于纯粘性介质而不适于我们的问题,因为弹性能的释放同样在深源地震起着重要作用。从而,有必要探讨在粘弹性介质(Maxwell体)中的剪切产热不稳定性及其对深源地震发生机理的应用。文献[1]和[2]已经讨论了这个问题并取得相当有意义的结果,尽管在他们的物理模型中仅考虑能量方程而使理论过于简化。

本文运用经典的稳定性分析方法研究在粘弹性介质中的剪切产热不稳定性,主要探

\* 国家自然科学基金资助的课题。

本文1990年4月28日收到,11月2日收到修改稿。

讨它的发生条件,并讨论对于深源地震发生机理的应用。结果表明,在板块向下俯冲过程中,由于粘滞损耗产热,在深源地震发生的深度范围内,会产生剪切不稳定性,这将成为深源地震的一种发生机理。

## 二、理 论

图 1 为所要研究的物理模型示意图。一厚度为  $2H$  的粘弹性介质层 (Maxwell 体), 边界保持温度为  $T_0$ , 速度分别为  $\pm U_0$ 。  $T_0, U_0$  均为常数。  $U_0, H$  的选取范围是使得在层中的平均应变率  $U_0/H$  与俯冲带的典型应变率相当。由于板块俯冲的长度远大于其厚度,可近似作为空间一维问题来处理,即所有变量仅是  $z$  和  $t$  (时间) 的函数,与  $x$  无关。

在边界速度作用下,板块将发生变形,对 Maxwell 体,应变为粘滞应变及弹性应变的和<sup>[5]</sup>,即

$$\varepsilon = \varepsilon_v + \varepsilon_E, \quad (1)$$

这里,  $\varepsilon_v$  为粘滞应变;而  $\varepsilon_E$  为弹性应变,据虎克定律,可表示为  $\varepsilon_E = \sigma/\mu$ , 其中  $\mu$  为刚性模量,  $\sigma$  为剪应力。

大量的理论和实验研究结果表明<sup>[6]</sup>,在上地幔温度、压力条件下,岩石的粘滞系数强烈地取决于温度。粘滞应变率一般可表达为

$$\dot{\varepsilon}_v = A\sigma^n \cdot \exp(-E/RT), \quad (2)$$

有效粘滞系数

$$\eta = A^{-1}\sigma^{1-n} \cdot \exp(E/RT).$$

这里,  $T$  为温度,  $E$  为活化能,  $R$  是普适气体常数,  $A$  是一个与岩石种类有关的常数。  $n$  一般在 1 至 3.5 之间变化。本文取  $n = 1$ 。

在板内,热量运输的主要机制是传导,从而,动量方程、能量方程及本构关系可表示为

$$\rho \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial \sigma}{\partial z}, \quad (3a)$$

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = k \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \sigma \cdot \dot{\varepsilon}_v = k \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + A\sigma^2 \exp(-E/RT), \quad (3b)$$

$$\frac{\partial v}{\partial z} = A\sigma \exp(-E/RT) + \frac{1}{\mu} \frac{\partial \sigma}{\partial t}. \quad (3c)$$

式中,  $v$  为速度,  $t$  为时间,  $\rho$  为密度,  $c_p$  是定压比热,  $k$  为热传导系数。  $\sigma \cdot \dot{\varepsilon}_v$  表示粘滞产热。

通常可用 Frank-Kamenetzky 近似<sup>[4]</sup>来代替能量方程 (3b) 及 (3c) 中的指数因子  $\exp(-E/RT)$ , 即是将  $E/RT$  在边界温度  $T_0$  处作泰勒展开,并取头二项。从而

$$\exp(-E/RT) \approx \exp(-\beta) \cdot \exp(\beta(T - T_0)/T_0),$$

式中,  $\beta$  定义为  $\beta = E/RT_0$ 。

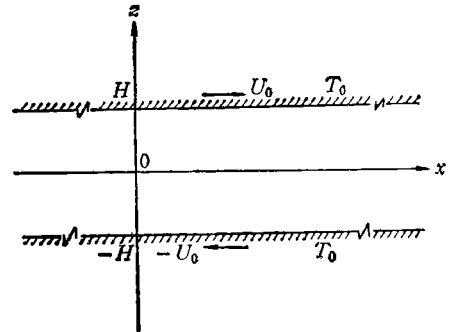


图 1 物理模型

引入如下的无量纲量:  $\bar{v} = v/U_0$ ,  $\bar{z} = z/H$ ,  $\bar{t} = U_0 t/H$ ,

$$\bar{\theta} = \beta(T - T_0)/T_0, \quad \bar{\sigma} = \sigma/\sigma_s, \quad (4)$$

$\sigma_s$  是稳态时的应力, 为常数. 将(4)式代入(3)式, 并整理, 可得到无量纲方程:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{t}} &= \frac{g \cdot \omega}{\text{Re}} \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \bar{z}}, \\ \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial \bar{t}} &= \frac{1}{\text{Pe}} \frac{\partial^2 \bar{\theta}}{\partial \bar{z}^2} + \frac{\text{Br} \cdot g^2 \cdot \omega^2}{\text{Pe}} \bar{\sigma}^2 \cdot \exp(\bar{\theta}), \\ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \bar{t}} &= \frac{\mu \cdot \text{Re}}{g \cdot \omega \cdot \rho \cdot U_0^2} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{z}} - \frac{\mu \cdot \text{Re}}{\rho \cdot U_0^2} \bar{\sigma} \cdot \exp(\bar{\theta}). \end{aligned} \quad (5)$$

这里,  $g = \exp(-\bar{\theta}_s)$ ,  $\omega = \partial \bar{v}_s / \partial \bar{z}$ , 下标  $s$  表示稳态解;  $\text{Re} = \rho U_0 H / \eta_0$  是雷诺数,  $\eta_0 = A^{-1} \exp(\beta)$  为温度为  $T_0$  时的粘滞系数;  $\text{Pe} = \rho c_p H U_0 / k$  是 Peclet 数, 它表示通过表面热流与温度上升(或下降)之比;  $\text{Br} = \beta \eta_0 U_0^2 / T_0 k$  是 Brinkman 数, 它表示粘滞产热与热流之比.

方程(5)有稳态解<sup>[3]</sup>:

$$\begin{aligned} \bar{\theta}_s &= \ln[a \cdot \text{sech}^2(b \bar{z})], \\ \bar{v}_s &= [1 + c \cdot \tanh(b \bar{z})]/2, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\text{式中, } a = 1 + \text{Br}/8, \quad b = \sinh^{-1}(\text{Br}/8)^{1/2}, \quad c = [(8 + \text{Br})/\text{Br}]^{1/2}. \quad (7)$$

我们的目的在于了解这个稳态解的稳定性问题, 即当系统受到小扰动时, 这个扰动是随时间增大而逐渐减小而消失(稳定), 还是不断增大而最终导致稳态的破坏而使系统变为非稳定. 沿用经典的稳定性分析方法, 设

$$\bar{\theta} = \bar{\theta}_s + \delta \bar{\theta}, \quad \bar{v} = \bar{v}_s + \delta \bar{v}, \quad \bar{\sigma} = \bar{\sigma}_s + \delta \bar{\sigma} \quad (8)$$

这里,  $\delta \bar{\theta}$ 、 $\delta \bar{v}$ 、 $\delta \bar{\sigma}$  为小扰动. 设它有如下形式:

$$\begin{aligned} \delta \bar{\theta} &= \Theta(\bar{z}) \cdot \exp(-\xi \bar{t}), \\ \delta \bar{v} &= V(\bar{z}) \cdot \exp(-\xi \bar{t}), \\ \delta \bar{\sigma} &= P(\bar{z}) \cdot \exp(-\xi \bar{t}). \end{aligned} \quad (9)$$

依次将(8)、(9)式代入(5)并准确到一级小量, 我们得到

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \Theta}{d\bar{z}^2} &= -(\text{Br} \cdot g \cdot \omega^2 + \text{Pe} \cdot \xi) \Theta - (2\text{Br} \cdot g \cdot \omega^2) P, \\ \frac{dV}{d\bar{z}} &= \omega \cdot \Theta + \omega \left( 1 - \frac{\eta_0 \cdot g \cdot U_0}{\mu \cdot H} \cdot \xi \right) P, \\ \frac{dP}{d\bar{z}} &= \left( -\frac{\text{Re}}{g \cdot \omega} \cdot \xi \right) V. \end{aligned} \quad (10)$$

$$\text{边界条件为 } \Theta(\pm 1) = 0, \quad V(\pm 1) = 0. \quad (11)$$

(10)和(11)式构成二点边值的本征值问题. 当本征值  $\xi$  的实部  $\xi_R > 0$  时, 由(9)式可知,  $\exp(-\xi_R)$  将随时间增大而趋于 0, 表明稳态解是稳定的; 反之, 当  $\xi_R < 0$ , 则  $\exp(-\xi_R)$  随时间增大而增大, 表明稳态解为非稳定的.  $\xi_R = 0$ , 则是临界状态.

在具体解本征值问题之前, 让我们看一个极端的例子, 即粘滞产热可以忽略的情况. 此时, 方程(3b)退化没有热源的热传导方程(反映在(10)式中, 即为  $\text{Br} = 0$ ). 显然, 此

时系统永是稳定的, 即  $\xi_R$  总是大于 0。事实上, 这个条件还可以放宽, 即在等粘情况下 (有粘滞损耗, 但粘滞系数为常数, 不随温度变化), 系统也总是稳定的。

### 三、结果与讨论

我们利用传播子方法<sup>[7]</sup>解本征值问题。计算中所用到的俯冲板块典型介质参数列于表 1。

表 1 计算中用到的俯冲板块典型介质参数

参 数	$A$ ( $\text{MPa}^{-1/2} \cdot \text{s}^{-1}$ )	$\rho$ ( $\text{kg}/\text{m}^3$ )	$c_p$ ( $\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ )	$R$ ( $\text{J}/(\text{K} \cdot \text{mol})$ )	$k$ ( $\text{J}/(\text{s} \cdot \text{m} \cdot \text{K})$ )	$\mu$ ( $\text{MPa}$ )	$E$ ( $\text{J}/\text{mol}$ )
数 值	417	$3.3 \times 10^3$	1130	8.31441	2.5104	$7 \times 10^4$	$400 \times 10^3$

图 2 至图 5 为计算得到的稳定性图, 图上的曲线表示临界稳定性状态 ( $\xi_R = 0$ )。图 2 给出在边界温度  $T_0$  固定情况下, 临界板块厚度  $H_c$  随边界速度  $U_0$  的变化。

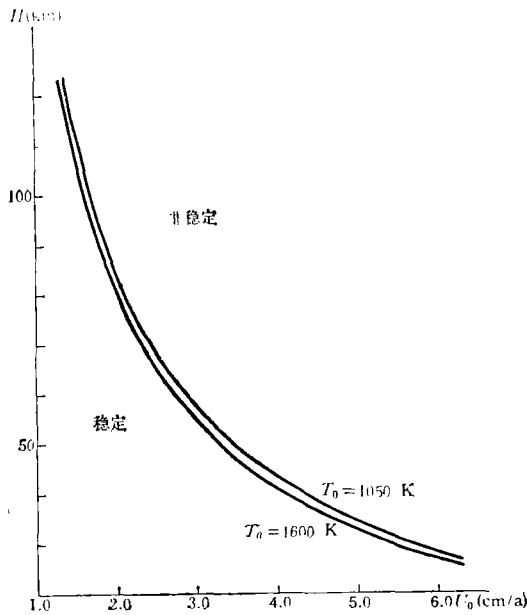


图 2 在边界温度固定下, 临界板块厚度随边界速度的变化

由图可见, 当边界速度  $U_0$  增加时, 临界厚度  $H_c$  减少, 表明非稳定性增强。对于一个固定的速度  $U_0$ , 厚度  $H$  较小时, 系统是稳定的, 而当  $H$  逐渐增加达到临界厚度  $H_c$  时, 非稳定性发生。这点可以解释如下: 外力所做功的一部分转化为粘滞应变能而产热, 温度上升 (内能增加); 另一方面, 热运输过程 (目前主要是通过热传导) 将使热量从板内传递出去。当产热和放热达到平衡时, 系统处于稳定状态, 温度等均达到一个不随时间变化的稳态。任何一个小扰动所产生的热量将很快传递出去, 不会引起温度的迅速上升。在热传导系数

为常数时,放热率近似正比于中心温度与边界温度的差,而反比于板厚度;而产热率则随温度指数上升.因此,当厚度增加时,产热率的增长将超过放热率的增长,当厚度达到临界厚度时,产热率将大大超过放热率,所剩余热量将使中心温度极迅速地上升致使稳态状态被破坏而变为非稳定.显然,边界速度越大,粘滞产热率相应也越大,从而达到非稳定态的临界厚度也越小.

图 3 为当边界速度固定时,  $H_c$  随  $T_0$  的变化. 同样,当厚度  $H$  较小时,系统稳定;  $H$  大时非稳定. 但与  $H_c$  随  $U_0$  的变化不同, 临界厚度  $H_c$  随  $T_0$  的增加只是稍有变化.

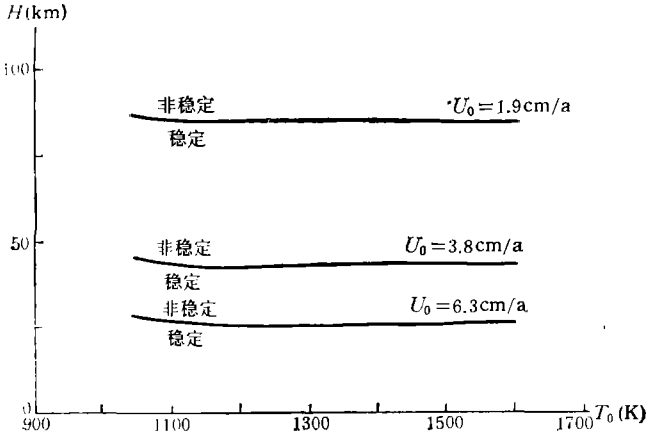


图 3 边界速度固定时,临界板块厚度随边界温度的变化

图 4 给出了在板块厚度固定的条件下,临界边界速度与边界温度的关系。

为了了解活化能变化对稳定性的影响,我们取了二组不同的数据。(a)  $E = 400 \times 10^3 \text{ J/mol}$ , (b)  $E = 226 \times 10^3 \text{ J/mol}$ , 后者相当于板块岩石可能具有的活化能下限<sup>[8]</sup>,所

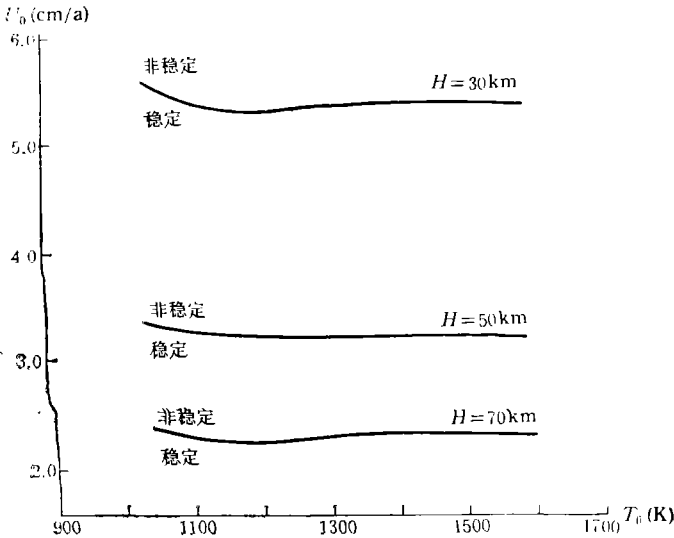


图 4 板块厚度固定时,临界边界速度随温度的变化

得结果示于图5。由图可见,活化能的减少增强了系统的稳定性 ( $H_c$  增加), 这点也是不难理解的。  $E$  减少, 从而  $\beta$  以及  $\eta_0$  也减少, 相应地 Br 数也减少, 表明粘滞产热减少, 因此系统的稳定性增强。

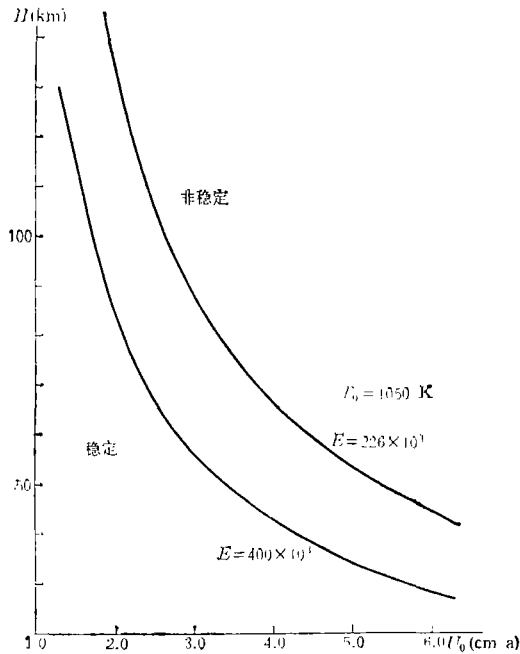


图5 活化能变化对稳定性的影响

上述结果表明,当介质的粘滞系数是温度的强函数时,在一定的几何和力学条件下,将会发生剪切产热不稳定性。

从地震活动性可以知道,绝大多数深源地震发生在板块俯冲带。根据目前已知的数据,俯冲速度大约为3—7cm/a,板块厚度约为70—100km,而温度在1050K(300km)至1600K(670km)之间<sup>[8]</sup>。尽管我们简化模型的边界条件与实际俯冲带不尽相符,但作为一种量级的粗略估计,俯冲带可能已经超过临界稳定状态,处于非稳定区域(图2—图5)。换言之,在深度300km以下,俯冲板块处于非稳平衡状态,任何一个小扰动(而这种小扰动总是存在的)将导致板块失稳,即沿着断层面的温度迅速上升与应力的急剧下降而发生地震。从而意味着,在板块向下俯冲过程中由于形变产生的剪切产热不稳定性有可能成为一种深源地震发生的一种机理。当然,实际情况远比这里所给出的模型复杂,例如,假定两边界具有相同的常温就与俯冲带的情况有一定距离;而应力边条件较之速度边条件将可能是一个更为合理的近似。同时,为了更透彻地了解深源地震的发生,仅仅局限于稳定性分析是不够的,而必须研究剪切产热不稳定性的详细动力学过程,并以此对观测资料作出相应的解释。我们将在今后的工作中作进一步研究。

致谢: 本文第一作者感谢 Dr. D. C. Tozer 对该课题的有益的启示与讨论。

## 参 考 文 献

- [1] Griggs, D. T. and Baker, D. W., The origin of deep-focus earthquakes, In: *Properties of Matter under Unusual Conditions*, 23—42, John Wiley, New York, 1968.
- [2] Ogama Masaki, Shear instability in a viscoelastic material as the cause of deep focus earthquakes, *J. Geophys. Res.*, **92**, 13801—13810, 1987.
- [3] Sukanek, P. C., Goldstein, C. A. and Laurence, R. L., The stability of plane couette flow with viscous heating, *J. Fluid Mech.*, **57**, 651—670, 1973.
- [4] Brun, J. P. and Cobbold, P. R., Strain heating and thermal softening in continental shear zones: a review, *J. Structural Geology*, **2**, 149—158, 1980.
- [5] 傅承义、陈运泰、祁贵仲, 地球物理学基础, 科学出版社, 1985.
- [6] Schubert, G. and Yuen, D. A., Shear heating instability in the Earth's upper mantle, *Tectonophysics*, **50**, 197—205, 1978.
- [7] 叶正仁, 一种反演地幔横向密度差异的方法, 地球物理学报, **31**, 65—72, 1988.
- [8] Hobbs, B. E. and Ord, A., Plastic instability: implications for the origin of intermediate and deep focus earthquakes, *J. Geophys. Res.*, **93**, 10521—10540, 1988.

## SHEAR HEATING INSTABILITY AND ITS APPLICATION TO THE STUDY OF MECHANISM OF DEEP FOCUS EARTHQUAKES

YE ZHENG-REN    TENG CHUN-KAI    XIE XIAO-BI

(Institute of Geophysics, Academia Sinica, Beijing 100101)

### Abstract

Shear instability originated from viscous heating due to shear strain in a Maxwell body is investigated. Using the approach of stability analysis we have deduced the condition under which shear heating instability occurs and discussed the implication for the origin of deep focus earthquakes. The result shows that there exists such an occurrence circumstance of shear instability in subducted plates below 300 km depth, provided the viscosity of plate rocks, as shown by many of theoretical and experimental studies, to be strongly temperature dependent. It may provide a useful basis for the explanation of the mechanism of deep focus earthquakes which mainly occur in subducted zones.

**Key words** Shear heating instability, Deep focus earthquake, Subducted plate, Viscosity.