

强余震的时间分布特征及其理论解释*

谷 继 成

谢小碧 赵 莉

(国家地震局地球物理研究所)

(中国科技大学学员)

摘 要

分析了我国约五十年来发生的 28 个大震的余震序列。指出:

1、对于主-余震型地震序列,其强余震的“等待时间”(该强余震距上次强余震的时间) Δt 与它的发生时间(距主震的时间) t 遵从对数——对数线性关系:

$$\lg \Delta t = A \lg t + B$$

其中: $A \approx 0.92, B \approx -0.11$.

2、对于双主震或主震群型的地震序列则只有在最后一个主震发生后, Δt 和 t 才有上述关系。

文中对上述特点在判断地震类型及预报强余震震中的应用,作了初步讨论。并利用流变学和断裂力学的观点,对这一现象作了初步的理论解释。

一、引 言

强烈的浅源地震发生后都伴随着大量的余震,构成余震序列。其中较强的余震往往使已经遭到主震破坏的地区受到新的破坏。

余震序列曾引起不少人的重视和探讨。在时间分布方面,日本的大森房吉(Omori)和以后的宇津德治等人的工作是值得重视的。关于余震的空间分布,1958年里克特(Richter)^[1]在研究南加利福尼亚地区的地震分布时曾指出了前震、主震和余震分布的一般规律。近年来日本山川宜男(Yamakawa)^[2]在研究余震空间分布的时候,进一步指出了主震发生后直接余震区、震中高烈度区和主震破裂带三者之间的联系。除了上述现象上的研究外还有人在理论和实验的基础上对余震发生的机制提出了各种解释^[3-7]。近年来,国内在多次强震之后,许多地震工作者在余震的时空分布特点,强余震的预报等方面也做了一些工作^[8-10]。

浅源地震本质上是地壳岩层的大规模断裂过程。主震发生后,余震就是发生在这一基础上的新的断裂过程,可以利用断裂力学的概念来研究。另一方面,要研究与时间有关的力学过程就必须考虑材料的流变性质,因为构成地壳的物质并非是完全弹性的。在考虑余震序列的时间滞后特点时,可以把地壳介质当作粘弹性体来研究。

从上述观点出发,我们首先分析处理了约 50 年来我国发生的 28 个大震的余震资

* 1977 年 1 月 6 日收到。

料,研究了其中强余震的时间分布特点,然后利用断裂力学和流变学的有关知识对结果做了初步解释.

二、强余震的时间分布特点

大森和宇津等人的余震分布公式是:

$$n(t) = At^{-p} \quad (1)$$

但这些公式是建立在统计意义上的. 这只能是一种总体效果,而不能反映余震之间的更深一层的内在联系.

为了研究这种联系,我们定义连续发生的两个强余震之间的时间间隔为后一个强余震的“等待时间”. 即:

$$\Delta t_i = t_i - t_{i-1} \quad (2)$$

式中 i 是序列中第 i 个强余震的序号, Δt_i 即第 i 个强余震的“等待时间”. t_i 是第 i 个强余震的由主震起算的发震时刻. 我们对于近 50 年来我国发生的 28 个地震的序列, 得出了强余震的 Δt - t 统计关系. 其中, 资料来源于这些地震的序列目录, 选取其中较强余震的震级下限一般为主震的震级减 2. 对于强余震较少的地震适当降低了下限. 个别情况下, 在同一地点几乎同时发生的两个强余震, 如果它们之间的时间间隔小于前一个强余震的“等待时间”的 1/20, 我们就把它们作为一次事件来对待. 序列中有十六个地震为主-余震型, 四个为双主震型, 另外一个为主震群. 所有统计的结果列在表 1 和图 1 中. 从结果可以看出, 不同震型的 Δt - t 关系具有下列一些特点:

〈一〉对于主余震型的地震序列, 随着 t 的增大, 较强余震的“等待时间” Δt 也随着增大(见图 1), 大体上有如下统计关系:

$$\log \Delta t = A \log t + B. \quad (3)$$

其中 t 是由主震起算的时间, A 和 B 是常数. 系数 A 影响序列中强余震“等待时间”增大的快慢, B 的值除对各个序列有所差异外, 尚依赖于所取的震级下限. 利用最小二乘法对这些资料进行了曲线拟合, 所得的 A 、 B 值见表 1. 所有拟合得到的曲线画在图 1₍₂₉₎ 中. 从中可以看到 A 值大致从 0.81 至 1.14, 平均值为 0.92, B 值从 +0.2—-0.6, 平均为 $B = -0.11$, 所有曲线大致落在同一位置上, 说明对于主-余震型地震, 这一特点具有一定的普遍性.

〈二〉对于双主震型(或三个主震型)的地震来说, 在前一个主震发生后到后一个主震发生前的一段时间里, $\lg \Delta t - \lg t$ 的线性关系不明显. 只有在后一个主震之后, 上述规律才又明显起来. 并且有与主余震型地震序列相近的 A 值. 图 1 中给出了 1966 年河北邢台二次主震, 1961 年新疆巴楚二次主震, 1976 年云南龙陵一次主震(这里二次主震紧接着)以及四川松潘平武二次主震, 共四次双主震型地震序列的 $\lg \Delta t - \lg t$ 图(图 1₍₂₀₋₂₆₎).

〈三〉对于主震群型的地震, $\lg \Delta t - \lg t$ 的关系则无上述线性关系, 如 1971 年马边震群(图 1₍₂₇₎).

〈四〉序列中较强的余震具有一定的独立性, 它本身又带有次一级的余震序列. 这种次一级的余震序列也遵从上述时间分布规律. 图 1₍₂₈₎ 是 1977 年 5 月 12 日唐山 6.2 级晚期强余震所带出的次一级的余震序列的 $\lg \Delta t - \lg t$ 关系, 线性较好. 之所以选取这个强余

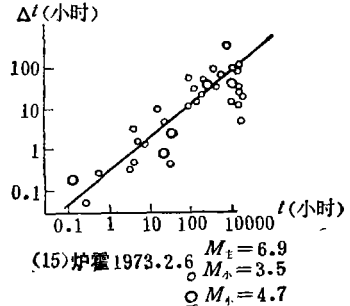
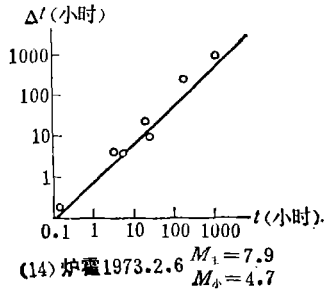
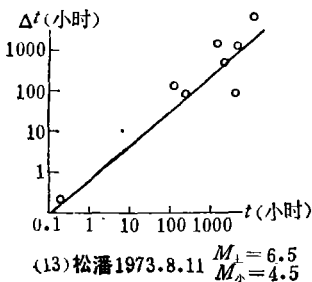
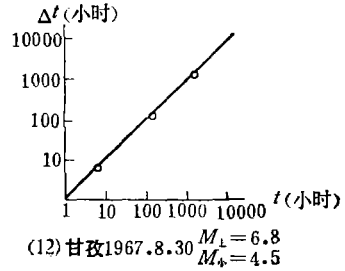
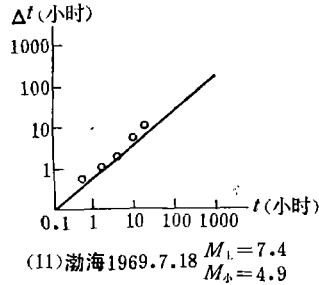
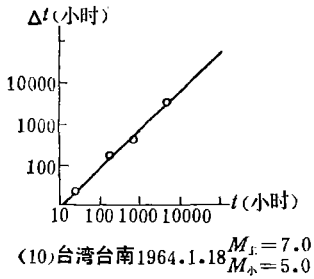
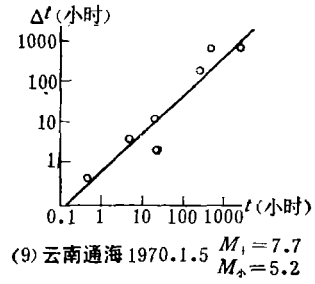
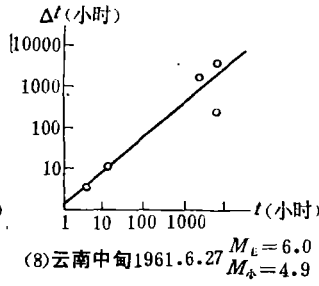
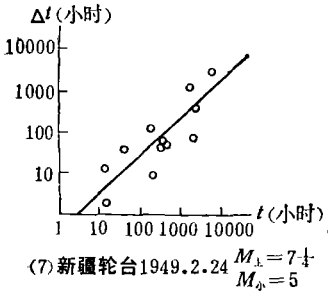
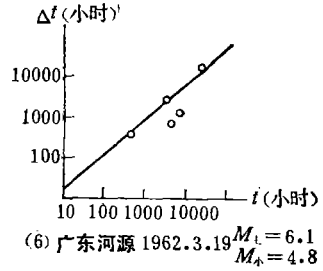
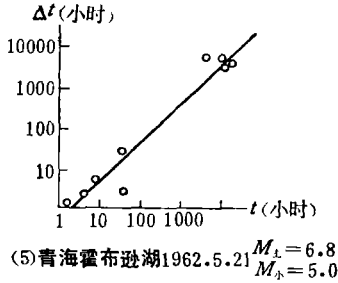
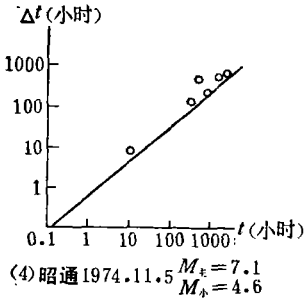
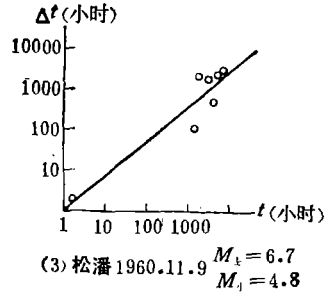
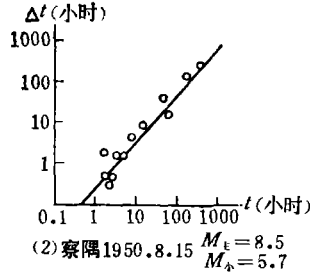
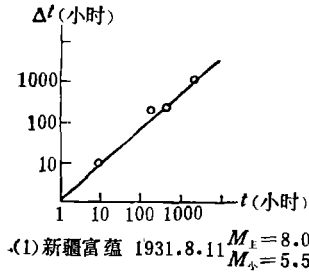
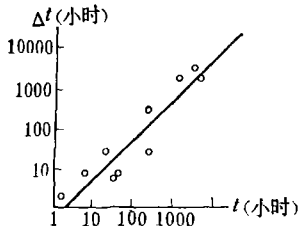
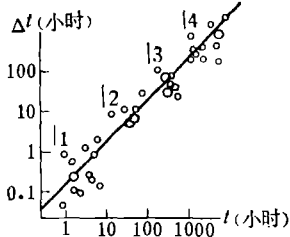


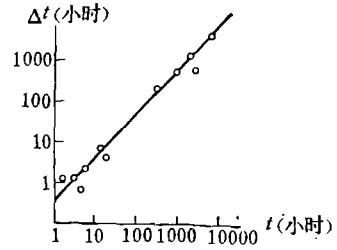
图 1 $\Delta t-t$



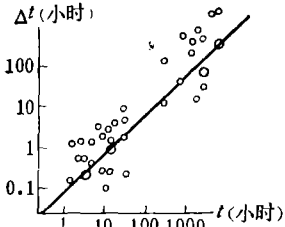
(16) 海城 1975.2.4 $M_L=7.3$
 $M_s=4.5$



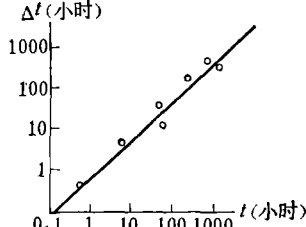
(17) 海城 1975.2.4 $M_L=7.3$
 $M_s=4.0$
 $M_s=4.5$



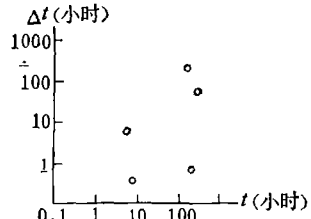
(18) 唐山 1976.7.28 $M_L=7.8$
 $M_s=5.5$



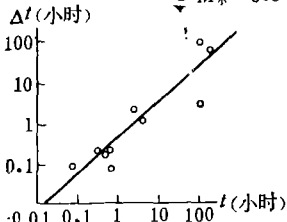
(19) 唐山 1976.7.28 $M_L=7.8$
 $M_s=5.0$
 $M_s=5.5$



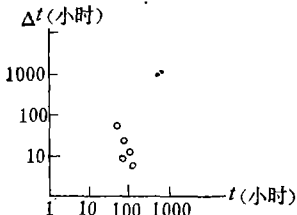
(20) 龙陵 1976.5.29 $M_L=7.6$
 $M_s=5.6$
(第二个主震后)



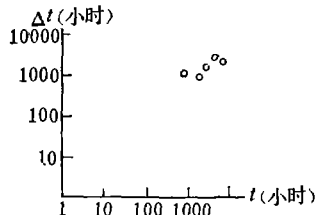
(21) 邢台 1966.3.8 $M_L=6.8$
 $M_s=6.1$
(第一个主震后, 第二个主震前)



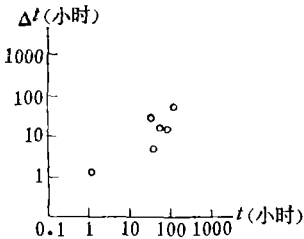
(22) 邢台 1966.3.22 $M_L=7.2$
 $M_s=5.5$
(第二个主震后)



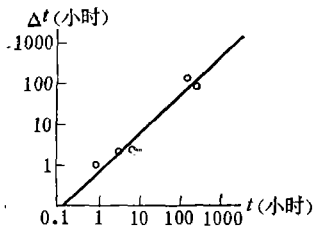
(23) 新疆巴楚 1961.4.1 $M_L=6.5$
 $M_s=4.8$
(第一个主震后, 第二个主震前)



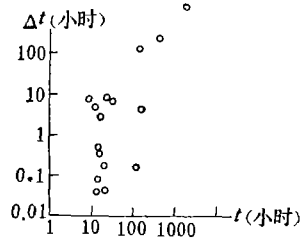
(24) 新疆巴楚 1961.4.14 $M_L=6.8$
 $M_s=4.7$
(第三个主震后)



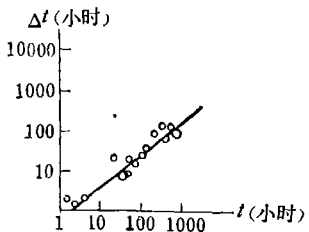
(25) 松潘平武 1976.8.16 $M_L=7.2$
 $M_s=4.5$
(第一个主震后, 第二个主震前)



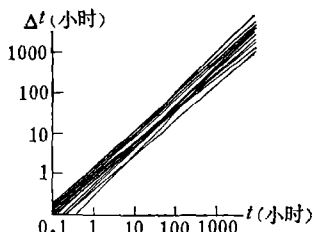
(26) 松潘平武 1976.8.23 $M_L=7.2$
 $M_s=4.5$
(第二个主震后)



(27) 马边 1971.8.16 $M_L=5.8$
 $M_s=4.5$
(5.8级主震以后)



(28) 1977年5月12日唐山余震(宁河6.2级)的次一级余震序列分布规律 $M_L=6.2$
 $M_s=3.0$
 $M_s=5.1$



(29) $\Delta t - t$ 统计结果的比较

图例

- (1) M_L : 对主余震型是指主震震级; 对双主震或三个主震是指这种强震震级; 对主震群, 是指震群中最大地震震级;
- (2) M_s : 指所取余震下限
- (3) 图(15), (17), (19)表示成丛分布

表 1 $\Delta t-t$ 统计结果

序列名称	时 间	主震 震级	统计 下限	主震位置		A	B	备 注
				λ	φ			
1.富 蕴	1931. 8.11	8.0	5.5	89°8'	47°1'	0.94	0.038	主余震型
2.察 隅	1950. 8.15	8½	5.7	96°7'	28°4'	1.14	-0.630	主余震型
3.松 潘	1960.11. 9	6.7	4.8	103°40'	32°47'	0.83	0.016	主余震型
4.昭 通	1974.11. 5	7.1	4.6	103°58'	28°10'	0.89	-0.097	主余震型
5.霍布逊湖	1962. 5.21	6.8	5.0	96°0'	37°1'	0.94	-0.240	主余震型
6.河 源	1962. 3.19	6.1	4.8	114°40'	23°43'	0.86	0.220	主余震型
7.新疆轮台	1949. 2.24	7¼	5.0			0.93	0.038	主余震型
8.中 甸	1961. 6.27	6.0	4.9	99°41'	27°46'	0.81	0.140	主余震型
9.通 海	1970. 1. 5	7.7	5.2	102°6'	24°1'	0.98	-0.180	主余震型
10.台 南	1964. 1.18	7.0	5.0	120°36'	23°12'	0.96	0.026	主余震型
11.渤 海	1969. 7.18	7.4	4.9	119°4'	38°2'	0.85	-0.092	主余震型
12.甘 孜	1967. 8.30	6.8	4.5	100°20'	37°37'	0.98	0.019	主余震型
13.松 潘	1973. 8.11	6.5	4.5	103°55'	32°55'	0.85	-0.006	主余震型
14.炉 霍	1973. 2. 6	7.9	4.7	100°6'	31°4'	0.97	-0.150	主余震型
15.炉 霍		7.9	3.5			0.92	-0.530	主余震型
16.海 城	1975. 2. 4	7.3	4.5	122°48'	40°39'	0.94	-0.270	主余震型
17.海 城		7.3	4.0			1.06	0.25	主余震型
18.唐 山	1976. 7.28	7.8	5.5	118°20'	39°28'	0.95	-0.420	主余震型
19.唐 山		7.8	5.0			0.95	-0.050	主余震型
20.龙 陵	1976. 5.29	7.6	5.6	98°51'	24°01'	0.91	-0.042	双主震型,第二个主震后
21.邢 台	1966. 3. 8	6.8	5.1	114°55'	37°21'			双主震型,第一个主震后,第二个主震前
22.邢 台	1966. 3.22	7.2	5.5	115°03'	37°32'	0.87	-0.420	第二个主震后
23.巴 楚	1961. 4. 1	6.5	4.8	77°48'	39°55'			双主震型,第一个主震后,第二个主震前
24.巴 楚	1961. 4.14	6.8	4.7	77°45'	39°53'			第三个主震后
25.松潘—平武	1976. 8.16	7.2	4.5	104°2'	32°7'			双主震型,第一个主震后,第二个主震前
26.松潘—平武	1976. 8.23	7.2	4.5	104°3'	32°5'	0.95	-0.130	第二个主震后
27.马 边								主震群型
28.宁 河	1977. 5.12	(6.2)				(0.77)	(-0.25)	强余震的余震序列

平均 $\bar{A} = 0.92$, $\bar{B} = -0.11$.

震的次一级余震序列,是为了避免相邻强余震的影响.

〈五〉作余震的统计分析时如果降低所取的震级下限则 B 也发生变化,但斜率 A 基本保持不变. 对 1973 年炉霍、1975 年海城、1976 年唐山等地震按两种不同震级下限值统计的结果见图 1₍₁₄₎₋₍₁₉₎.

〈六〉在对数时间尺度上强余震的分布是不均匀的,有时具有一定的成丛性,其间有平静期. 每丛中有一、两个较大的余震. 如图 1₍₁₅₎₍₁₇₎₍₁₉₎. 图中双圈是序列中较强的余震.

并且,图 1₍₁₇₎的海城地震中,每一丛的开始的一个余震,其“等待时间” $\Delta t(1, 2, 3, 4)$ 偏高. 这反映了一丛中较强余震之间的“平静”现象. 但这种平静只有相对意义. 例如第一丛中的 1, $\Delta t-1$ 小时就算平静了,而对于第四丛的 4, $\Delta t-1000$ 小时才算平静. 因此,这种平静只有在 $\lg \Delta t-\lg t$ 图中才能显现出来.

〈七〉强余震的 $\lg \Delta t-\lg t$ 有较明显的线性关系,但若降低震级下限时,则资料点就

分散,即方差增大。

三、初步理论解释

(一) 强余震发生的物理机制

我们认为,余震的开裂机制是一种以应力腐蚀开裂为主的过程。下面我们结合流变学的一些基本观点,从能量释放的角度来简要地讨论强余震发生的物理图象。

在地震波的传播和震源机制等研究中,常假设地球介质是完全弹性的。因为应力作用的时间尺度比起地球介质的特征时间小得多,把介质当作完全弹性的,是一个合理的近似。当这两种时间尺度可以比拟时,完全弹性的假设就可能歪曲物理现象,必须把地球介质当作流变体来处理。地壳介质的特征时间尺度是以天到以年计的。因此,我们研究强余震的时间分布特征时,应当把地壳及上地幔介质当作流变体来考虑。

考虑地壳与上地幔介质的流变性质,我们用图 2 所示的流变模型来描述。主震发生前,在构造应力 σ^∞ 的长期缓慢作用下,

地壳介质不断变形,即相当于模型中 AB 两端被 σ^∞ 不断压缩。介质的应力状态不断提高,应变能不断积累,并以弹性应变能(贮存于弹性元件 E 中)和蠕变应变能(贮存于与阻尼盘 C 相并联的弹性元件

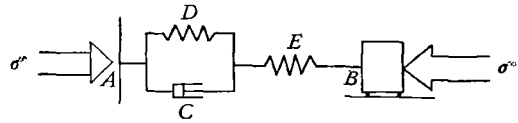


图 2 地壳与上地幔介质的流变模型及受压缩示意图
 σ^∞ 是构造应力; E, D 是弹性元件(弹簧); C 是阻尼盘

D 中)的形式贮存于介质中。介质中各种裂缝受力后的行为同时受应力场和裂缝形状两个因素的影响。现引入断裂力学中常用的应力强度因子 K 或裂纹扩张力 g 来描述裂纹尖端的力学行为^[11-13]。 K 或 g 在裂缝稳态扩展与非稳态扩展之间的临界值为 K_c 和 g_c (材料的断裂韧度)。裂缝是否会失稳扩展的断裂力学准则为:

$$K \geq K_c \text{ 或 } g \geq g_c \quad (4)$$

主震破裂发生前,其起始端局部裂缝的扩展和贯通加剧。若在某些裂缝之间局部地区(4)式成立,而失稳破裂,这就是前震。这样的发展会形成一条优势裂缝,而当它的应力强度因子 K 大于材料中的平均 K_c 时,就全面失稳形成主震断裂面。与此同时震源体及周围介质中所贮存的弹性应变能就以永久形变,塑性功,摩擦热和弹性波的形式突然地释放出来,造成介质中应力状态的一个突降, K 又降到 K_c 以下,裂缝重新转为稳态扩展。由于主震造成了介质中应力状态的突变,因此介质中与蠕变应变相联系的那部分弹性能量也得以释放。不过这部分能量的释放受蠕变规律的支配,存在着一个时间上的滞后效应。它不断给破裂面和裂端提供新的能量,使局部地区的 $K \geq K_c$, 造成主破裂面的新的局部失稳,即余震。这种余震是蠕变作用下主破裂的直接发展和继续,因此这里定义它们为直接余震。另外主破裂附近还存在着一些原有的或新产生的次一级裂缝,主破裂的存在会使这些裂缝端部的 K 升高,在蠕变应变的作用下失稳扩展,它们也会产生一些余震,定义这类余震为间接余震。上述两类余震在动力学上与主破裂的存在密切相关,所以往往震级高,影响大。同时又由于它们受同一力学作用的支配,所以在空间上和时间内表现出较强的规律性。除此之外,直接余震有时还带有自己的余震,这些余震一般来说震级比较小,规律性比较差,在时空分布上呈现一定的随机性。因此,前两类余震可以统称为一次余震,

而将它们的余震统称为二次余震。本文着重讨论前边两类余震，即一次余震的时间分布规律。

综上所述，本段主要阐明以下两点：

1. 由于构造应力场长期缓慢的作用使地壳内裂缝的 K 值不断增高，当超过临界应力强度因子 K_c (即 $K \geq K_c$) 时，裂缝突然失稳即形成了地震。

2. 主震发生后，主震破裂在地壳介质中产生了明显的间断，即几何不连续性，余震就发生在这样的介质背景之上。而其中较强余震发生的机制为主破裂的继续失稳扩展，或者在主破裂的影响下其附近某些局部裂缝的失稳。

主震发生时，介质中贮存的一部分弹性应变能突然释放，而余震序列的能量主要由所贮存的蠕变应变能提供。

(二) 理论模型的物理假设

前面通过对(28)个震例的分析，对主-余震型地震得到了 $\lg \Delta t = A \lg t + B$ 的关系；对双主震型或主震群， $\Delta t-t$ 关系较乱或不存在。对这一观测事实，我们提出以下解释。

我们用应力解除后地壳的蠕变恢复来解释余震序列的时间滞后特点。贝尼奥夫(H. Benioff)^[3] 于 1951 年最早引用流变学概念来解释余震序列的滞后效应。以后，古登堡^[4] 于 1958 年，夏德格^[14] 于 1963 年，巴特 (M. Bath)^[15] 于 1973 年又分别评述或引用了前者的工作。近年来在现场^[16] 和实验室^[17] 也都直接观测到岩石蠕变的实例(图 3)。

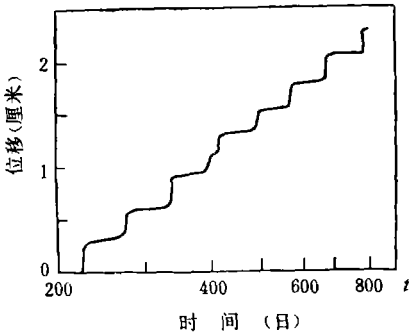


图 3 美国加州派克菲尔德附近按对数衰减的断层蠕动

变能必然先转化成弹性应变能再以弹性应变能的形式释放出来。这一过程可以用图 4 来说明。图中弹性组件 A 和粘性组件 B 组合在一起代表介质的弹性部分，其弹性系数为 E ， D 是含有 Π 型裂缝^[8] 的块体。图中 A 、 B 的左端固定，相当于系统的外边界， D 中的裂缝相当于系统的内边界。

主震前，外边界的长期作用使 A 、 C 都被压缩，主震时，由主震产生的原始破裂使弹簧 C 松弛，但经过一段时间 Δt ， A 、 B 的蠕变恢复将重新使 C 压缩，造成块体内应力增大，裂缝尖端的 K 增值。当 K 达到 K_c 时使 D 中的裂缝重新失稳扩展，同时也使 C 再一次松弛。不断重复这一过程直至

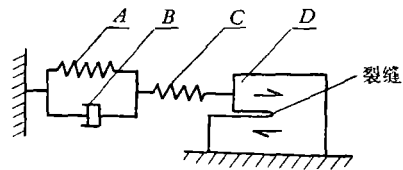


图 4 流变—断裂模型
 A 、 C 弹性元件； B 粘性元件

A、B 中的蠕变应变能消耗完后，就构成了“余震序列”。

因此，根据上述讨论，我们假设：(1)对于大范围的区域应力来说，我们看成是在整个余震序列活动过程中不变，而只是由于主震释放一些应变能后(即应力下降)，应变才调整(向自然的松弛平衡状态方向调整)。(2)对于每一个强余震的孕育来说，这是震源区的小范围的流变过程，即应变保持一定而应力不断调整的过程。这一局部地区内的应力调整，使裂缝尖端应力强度因子 $K \geq K_c$ ，即失稳而形成一个大强余震。因为

$$\sigma_c = \frac{K_c}{\sqrt{\pi a_c}} \tag{5}$$

在整个余震过程中，裂缝扩展的总量比起主震裂缝长度要小得多，即上式中 $a_c \approx a_{\pm} = \text{常数}$ 。故失稳准则也可以用应力准则来代替，即

$$\sigma(t) = \sigma_c \tag{6}$$

余震即发生。这就是该模型的物理假设。

(三) 模型的应力应变关系

图 5 所示的流变断裂模型满足以下应力应变关系^[18]：

$$\begin{cases} \sigma = \sigma_1 \\ \sigma_1 = \sigma_2 + \sigma_3 \\ \varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \\ \dot{\varepsilon}_2 = \dot{\varepsilon}_3 \end{cases} \quad \begin{cases} \sigma_1 = E_1 \varepsilon_1 \\ \sigma_2 = E_2 \varepsilon_2 \\ \sigma_3 = \eta \dot{\varepsilon}_3 \end{cases} \tag{7}$$

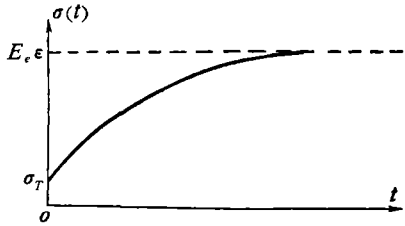


图 5 $\sigma(t)-t$ 关系

以上各式中， $E_i, \sigma_i, \varepsilon_i (i = 1, 2, 3)$ 分别是弹性模量，应力和应变。 η 是介质的粘滞系数。 σ 和 ε 是总的应力和应变。

(四) 流变方程及其解

由上述公式(7)得流变方程：

$$\frac{\eta}{E_1} \dot{\sigma} + \frac{E_1 + E_2}{E_1} \sigma = \eta \dot{\varepsilon} + E_2 \varepsilon \tag{8}$$

式中符号上的点“·”表示对时间的微商。

当考虑应变不变时，即

$$\varepsilon = \text{常数}$$

则求得应力随时间的变化为：

$$\sigma(t) = E_c \varepsilon + C e^{-t/\tau_1} \tag{9}$$

其中

$$\tau_1 \equiv \frac{\eta}{E_1 + E_2}, \quad E_c \equiv \frac{E_1 E_2}{E_1 + E_2} \tag{10}$$

显然， τ_1 是特征时间，而 E_c 相当于有效弹性模量。设初始时有

$$t = 0, \quad \sigma(0) = \sigma_T \tag{11}$$

则流变方程(8)的解为

$$\sigma(t) = E_c \varepsilon + (\sigma_T - E_c \varepsilon) e^{-t/\tau_1} \tag{12}$$

由(12)看出，当 $t \rightarrow \infty$ 时，应力 $\sigma(t) \rightarrow E_c \varepsilon$ (图 5)。

如果考虑的是应力不变的情形,即

$$\sigma = \sigma_T \tag{13}$$

并设初始条件是:

$$t = 0 \quad \varepsilon(0) = \varepsilon_0 \tag{14}$$

则流变方程(8)的解是:

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_{T_0}}{E_c} + \left(\varepsilon_0 - \frac{\sigma_{T_0}}{E_c} \right) e^{-t/\tau_2} \tag{15}$$

其中

$$\tau_2 = \frac{\eta}{E_2} \tag{16}$$

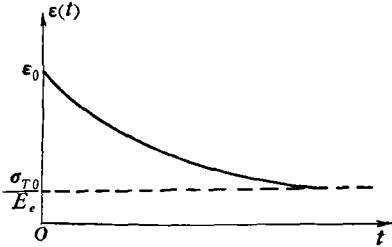


图6 $\varepsilon(t)-t$ 关系

公式(15)表明,在应力固定,初始应变为 ε_0 的情况下,应变随着时间的增加而下降,当 $t \rightarrow \infty$ 时, $\varepsilon(t) \rightarrow \sigma_{T_0}/E_c$ (图6)。

(五) 讨论

前面我们已说到,每一次强余震的发生是由于弹簧 C 中的应力 (也是总应力 σ) 增长到克服 σ_c 时, D 就突然错动,而 D 的错动又把 C 突然放松,然后与粘性元件 B 并联的弹性元件 A 又重新给 C 加压,即又开始第二个强余震的孕育。因此每一次强余震孕育过程中, C 上的应力,也就是总应力为:

$$\sigma(t) = E_c \varepsilon + (\sigma_T - E_c \varepsilon) e^{-t/\tau_1} \tag{17}$$

ε 是当作常数的,如图7中的 AB, CD, ……; 这时应力按(17)式变化,即 $\sigma(t)$ 上升,如果 $E_c \varepsilon$ 满足

$$E_c \varepsilon > \sigma_c \tag{18}$$

则经过有限的时间 Δt_1 , $\sigma(t)$ 可能上升达到破裂失稳的临界应力 σ_c , 即

$$\sigma \geq \sigma_c \tag{19}$$

从而产生一个强余震。并释放弹性元件 C 上的应变能, $\sigma(t)$ 突降到区域应力(图5)。

另一方面,这里的 ε 是大范围内蠕变应变能,它也就是余震能量的来源。主震发生后, $\varepsilon = \varepsilon_0$, 当 C 因一次强余震而放松后,弹性元件 B 又会把蠕变能转化为 C 的弹性能,再次使 C 上的应力 ($\sigma_1 = \sigma$) 重新上升,如果这时条件(18)仍满足 (这时 $\varepsilon = \varepsilon_0 - \Delta\varepsilon$, $\Delta\varepsilon$ 是上次释放的), 则 $\sigma(t)$ 又会在有限时间 Δt_2 内达到临界应力 σ_c , 从而第二个强余震发生,这一过程不断重复,即构成强余震序列。而当条件(18)不成立时,强余震也就不会有了。

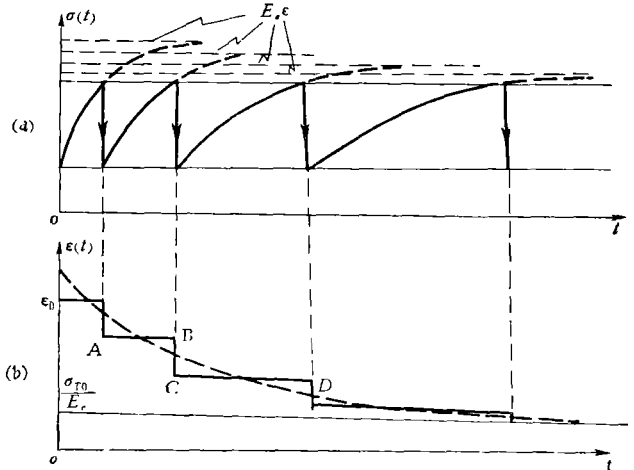


图7 强余震发生过程的应力、应变变化的总体示意图

因此,从整个序列来说,式(17)中的 ε 应该满足式(15)。而每一次强余震孕育的时间

即 $\sigma(t)$ 从 σ_{T_0} 上升到 $\sigma(t) = \sigma_c$ 的时间, 即 Δt 满足

$$\sigma_c = E_c \varepsilon + (\sigma_{T_0} - E_c \varepsilon) e^{-\Delta t / \tau_1} \quad (20)$$

将式(15)代入式(20)即求得 Δt 与 t 的关系

$$\Delta \sigma = (E_c \varepsilon_0 - \sigma_{T_0}) e^{-t / \tau_2} [1 - e^{-\Delta t / \tau_1}] \quad (21)$$

其中

$$\Delta \sigma = \sigma_c - \sigma_{T_0}$$

σ_c 是破裂的临界应力, σ_{T_0} 是大范围的区域应力, (21)式可写成

$$e^{-\Delta t / \tau_1} = 1 - \frac{\Delta \sigma}{E_c \varepsilon_0 - \sigma_{T_0}} e^{t / \tau_2}$$

$$\Delta t = -\tau_1 \ln(1 - k e^{t / \tau_2}) \quad (22)$$

$$k = \frac{\Delta \sigma}{E_c \varepsilon_0 - \sigma_{T_0}} \quad (23)$$

如果 $\frac{t}{\tau_2} \ll 1$

则

$$\Delta t = -\tau_1 \ln \left[(1 - k) - k \frac{t}{\tau_2} \right] = -\tau_1 \ln \left[1 - \frac{k t}{(1 - k) \tau_2} \right] - \tau_1 \ln(1 - k) \quad (24)$$

显然, 对于一切有意义的 Δt , t 都有

$$\Delta t > 0, t > 0$$

且

$$0 < k < 1$$

故有

$$\frac{k t}{(1 - k) \tau_2} < 1$$

取一级近似为

$$\Delta t \approx \frac{k \tau_1 t}{(1 - k) \tau_2} - \tau_1 \ln(1 - k) \quad (25)$$

从而得

$$\begin{cases} \lg \Delta t = \lg(\alpha + t) + \beta \\ \alpha = -\frac{E_c \varepsilon_0 - \sigma_c}{\sigma_c - \sigma_{T_0}} \frac{\eta}{E_2} \ln \left(\frac{E_c \varepsilon_0 - \sigma_c}{E_c \varepsilon_0 - \sigma_{T_0}} \right) \\ \beta = \lg \frac{E_2}{E_1 + E_2} \left(\frac{\sigma_c - \sigma_{T_0}}{E_c \varepsilon_0 - \sigma_c} \right) \end{cases} \quad (26)$$

若各参数满足条件

$$E_c \varepsilon_0 \gg \sigma_c, \quad (27)$$

则对于除 0 附近的 t 值外, 有近似值

$$\begin{cases} \alpha \approx 0 \\ \beta \approx \lg \frac{E_2}{E_1 + E_2} \left(\frac{\Delta \sigma}{E_c \varepsilon} \right) \end{cases} \quad (28)$$

因此,公式(26)最后变为:

$$\lg \Delta t = \lg t + \beta \quad (29)$$

这就是我们的最后结果。公式(29)反映的 $\Delta t-t$ 关系,与观测的主余震型地震的 $\Delta t-t$ 关系基本相符。这说明,本文中假设的强余震的流变—断裂力学模型是合理的。

因此,强余震发生过程的应力、应变变化示意图可归纳如图 7。(a) 表示各次强余震孕育中应力的变化。其中 $E_1 \varepsilon$ 是极限应力, σ_c 是破裂的临界应力,要使失稳成为可能,必须满足 $E_1 \varepsilon > \sigma_c$ 的条件。随着各次余震的发生,极限应力 $E_1 \varepsilon$ 也下降。(b) 表示整个较大范围内应变随时间的变化,虚线为理论 $\varepsilon(t)$ 曲线;实线阶梯表示各次强余震的孕育期间应变不变的情形(即模型所假设的)。

对于双主震型的地震来说,一个大地震发生后,并未把震源附近的弹性应变能全部释放出来,这时控制应力状态的主要不是蠕变恢复规律,而比这要复杂得多,对于主震群型则更甚。

因此,强余震的时间分布特征主要受断裂力学规律和地壳介质流变规律的支配。

(六) 关于 α 、 β 的讨论及理论模型的几点推论

①关于 α 、 β 的假设条件,式(28)是为了满足由理论得到观测事实的要求,这是以观测为依据的,作为由理论去拟合并解释观测事实是合理的。

由于 τ_2 的物理意义是表征整个流变介质恢复调整过程的特征时间的,它比起我们研究的强余震持续时间要长得多。因此,假设条件式(23)是合乎实际的,条件式(27)说明介质所积累的蠕变能是足够多的。

在条件式(27)下,式(28)中的 β 可取一级近似:

$$\beta \approx \frac{1}{\ln 10} \left[\frac{\Delta \sigma}{E_1 \varepsilon_0} - 1 \right] \quad (30)$$

$$= \frac{-1}{\ln 10} \left[1 - \frac{\Delta \sigma}{E_1 \varepsilon_0} \right] \quad (31)$$

$$= -0.4348 \left[1 - \frac{\Delta \sigma}{E_1 \varepsilon_0} \right] \quad (32)$$

或

$$= -0.43 \left[1 - \frac{\sigma_c - \sigma_{T_0}}{E_1 \varepsilon_0} \right] \quad (33)$$

说明, β 只显含弹性常数 E_1 。

②关于强余震的延续时间 t_s 的估计

根据前面的讨论,强余震发生的充分必要条件是 $\sigma(t) \geq \sigma_c = \frac{K_c}{\sqrt{\pi a_c}}$, 这就要求每一次积累过程的极限应力满足条件

$$\sigma(\infty) = E_1 \varepsilon(t_s) > \sigma_c \quad (34)$$

当 $E_1 \varepsilon = \sigma_c$ 时,理论上时间要无穷长才能达到 σ_c 的值。也就是说,强余震停止活动的时间必须满足

$$E_1 \varepsilon(t_s) \leq \sigma_c \quad (35)$$

由

$$E_c \varepsilon(t_c) = \sigma_c, \quad (36)$$

即

$$\varepsilon_{T_c} + (\varepsilon_0 - \varepsilon_{T_c}) e^{-t/\tau_1} = \frac{\sigma_c}{E_c} \quad (37)$$

进而求得

$$t_c = \tau_2 \ln \left(\frac{E_c \varepsilon_0 - \sigma_{T_0}}{\sigma_c - \sigma_{T_0}} \right) \quad (38)$$

故当 $t_i > t_c$ 则不会再发生强余震了. 公式(38)中, 如果能从震源机制求得 σ_c 、 σ_{T_0} (或其他方法求得), 和由震级能量关系求出 ε_0 , 而 τ_2 及 E_c 对各地区差异不会太大, 可以得到(如本文的方法). 则由式(33)可估计强余震活动的延续时间. 或者反过来, 当能得到 ε_0 , t_c , 对两个发生在同一地区(如华北地区)的两个地震序列, 求得 t_{s_1} , t_{s_2} , 则

$$t_{s_1} - t_{s_2} = \tau_2 \ln \frac{E_c \varepsilon_{10} - \sigma_{T_0}}{E_c \varepsilon_{20} - \sigma_{T_0}} \quad (39)$$

从而可求出 σ_{T_0} , 甚至还可以求得计算 σ_c 的公式. 这也可能给我们找到另一条估计构造应力的途径.

③关于 Δt_n 与第 n 个强余震的序号 n 的理论关系及强余震数 N 的估计.

由公式(17), 且当发生失稳时

$$\sigma(t) = \sigma_c$$

可以得到

$$\Delta t_n = -\tau_1 \ln \left(1 - \frac{\Delta \sigma}{E_c \varepsilon_n - \sigma_T} \right) \quad (40)$$

$$\varepsilon_n = \varepsilon_0 - \sum_{i=1}^n \Delta \varepsilon_i = \varepsilon_0 - n \Delta \bar{\varepsilon}_n \quad (41)$$

因

$$\Delta t_n > 0,$$

故

$$\Delta t_n \approx \frac{\Delta \sigma_{\tau 1}}{E_c \varepsilon_n - \sigma_T} = \frac{R}{n_\infty - n},$$

其中

$$R = \frac{\Delta \sigma_{\tau 1}}{E_c \Delta \bar{\varepsilon}_n} \quad (42)$$

$$n_\infty = \frac{E_c \varepsilon_0 - \sigma_T}{E_c \Delta \bar{\varepsilon}_n}$$

$$\Delta \sigma = \sigma_c - \sigma_T$$

公式(42)是第 n 个强余震的“等待时间” Δt_n 与序号 n 之间的关系.

我们进而由公式(40)可以得到, 理论上最大的 n_{\max} 是使 $\Delta t \rightarrow \infty$ 的 n 值, 即

$$1 - \frac{\Delta \sigma}{E_c \varepsilon - \sigma_T} = 0 \quad (43)$$

也就是

$$E_c \varepsilon = \sigma_c \quad (44)$$

由(41),(44)式得:

$$\begin{aligned} E_c \varepsilon_0 - n_{\max} E_c \Delta \varepsilon_n &= \sigma_c \\ n_{\max} &= \frac{E_c \varepsilon_0 - \sigma_c}{E_c \Delta \varepsilon_n} \end{aligned} \quad (45)$$

这里的 n_{\max} 实际不发生 ($\Delta t \rightarrow \infty$), 真正发生的次数将是

$$N = n_{\max} - 1 = \frac{E_c(\varepsilon_0 - \Delta \varepsilon_n) - \sigma_c}{E_c \Delta \varepsilon_n} \quad (46)$$

公式(46)说明以下几点:

- a) 一个地区积累的应变能 (ε_0) 越多, 则强余震的数目越多;
- b) 每次强余震释放应变能 ($\Delta \varepsilon_n$) 越多, 即每次强余震 M 越大, 则 N 越小;
- c) 因 $\sigma_c \propto \frac{K_c}{\sqrt{\pi \alpha}} \propto \frac{K_c}{\sqrt{L}}$, 即介质的断裂韧度 K_c 越大, 则 N 越小, 主震的破裂长度 L 越大, 则 N 越大.

d) 如果能根据地震序列观测到的 N , 及机制解求得的 L , 实验求得的 K_c , 则可反过来求出该地区大震前积累的应变能.

④ $\lg \Delta t - \lg t$ 经验公式的实际意义——应用于强余震的预报.

根据本文, 我们可以得到以下两点启示:

a) 利用强余震的 $\lg \Delta t - \lg t$ 关系, 为地震类型的预报提供依据.

大震发生后, 一般会很快带出一些强余震, 研究这些强余震的 $\Delta t - t$ 关系, 如果基本上符合公式(3)的规律, 那么这个大震可能就已是主震了. 以后可能不会有更大或差不多大的地震了, 如果得出的 $\Delta t - t$ 关系曲线很分散, 不满足(3)式的规律, 则这个大震之后还可能有大震.

b) 利用 $\lg \Delta t - \lg t$ 关系, 预报强余震发生的时间. 强余震的发震时间由下列(47)式决定:

$$\begin{cases} \Delta t_i = t_i - t_{i-1} \\ \lg \Delta t_i = A \lg t_i + B \end{cases} \quad (47)$$

其中后一式中的系数 A , B 的具体数值可由统计以前的强余震或该地区的已发生的地震求出. 当某一个强余震 ($i - 1$) 发生以后, 则 t_{i-1} 即已知, 于是可求出下一个强余震的发震时间.

⑤ $\Delta t - t$ 公式的理论解释尚是很初步的. 在 $\lg \Delta t - \lg t$ 图线上, 为什么实际强余震的发生是不均匀的并且成丛分布? 它反映了什么样的内在规律? 均有待进一步研究.

四、结 语

本文对强余震的时间分布规律进行了研究. 发现了强余震的时间分布有以下几个特征: (1) 对于主-余震型地震, 或双主震型的第二个主震以后的强余震序列, 其第 i 个强余震的“等待时间” Δt_i 与该强余震的发震时间 t_i 满足以下公式:

$$\lg \Delta t_i = 0.92 \lg t_i - 0.11 \quad (48)$$

式中 Δt_i 及 t_i 以小时为单位. (2) 对双主震型地震的第一个主震以后、第二个主震以前的

强余震及主震群型的地震序列, 上述关系基本上不存在。(3) 对于强余震的次一级余震序列, 虽然只有一个震例, 但似乎也满足上面 $\Delta t - t$ 关系。

此外, 从理论上推导了估计强余震活动持续时间 t_c 的公式 $t_c = \tau_2 \ln \left(\frac{E_c \varepsilon_0 - \sigma_{T_0}}{\sigma_c - \sigma_T} \right)$ 及估计强余震数 N 的公式 $N = [E_c(\varepsilon_0 - \Delta \varepsilon_n) - \sigma_c] / E_c \Delta \varepsilon_n$ 。

本工作得到了傅承义先生和陈运泰等同志的指导、帮助, 在文稿整理工作中, 李爽同志做了大量工作, 在此表示感谢。

参 考 文 献

- [1] F. Richter, *Elementary Seismology*, Chapter 6, 1958.
- [2] N. Yamakawa (山川宜男), Foreshocks, aftershocks and earthquake swarms, (VI). *Papers in Meteorology and Geophysics*, 20, 3, 275—286, 1969.
- [3] H. Benioff, Earthquakes and rock creep, *Bull. Seism. Soc. Amer.*, 41, 1, 35—69, 1951.
- [4] B. Gutenberg, Rheological problems of the earth's interior, *Rheology*, 11, 401—431, 1958.
- [5] A. Nur, Role of pore fluids in faulting, *Philosophical transactions of the Royal Soc. of London*, 274, 1239, 297—304, 1973.
- [6] O. L. Anderson, Stress corrosion theory of crack propagation with application to geophysics. *Rev. Geophys. Space Phys.*, 15, 1, 77, 1977.
- [7] C. H. Scholz, Microfracture aftershocks and seismicity. *Bull. Seism. Soc. Amer.*, 58, 3, 1117—1130, 1968.
- [8] 陈培善、谷继成、李文香, 从断裂力学观点研究地震的破裂过程和地震预报. *地球物理学报*, 20, 3, 185—202, 1977.
- [9] 何志桐等, 邢台地震序列的空间分布, 构造应力场及其发生过程的探讨, *地球物理学报*, 20, 2, 131—141, 1977.
- [10] 吴开统等, 海城地震序列的特征, *地球物理学报*, 19, 2, 95—105, 1976.
- [11] 宫本博, 断裂力学, *日本机械学会志* 75, 642, 1972.
- [12] S. T. Algermissen, Preshocks and aftershocks, The Great Alaska Earthquake of 1964, 131.
- [13] G. C. Sih, *Mechanics of Fracture*, 1, 1973.
- [14] A. E. 夏德格, *地球动力学原理*(中译本) 98 页, 科学出版社, 1977.
- [15] M. Båth, *Introduction to Seismology*, Basel, Birkhauser Verlag, 183—192, 1973.
- [16] A. Nur, *Advances in Rock Mechanics*, 1, A, Proceedings of the third Congress of the International Society for Rock Mechanics, Theme, 1, A, 243—317, 1974.
- [17] D. Griggs, Creep of rocks, *Jour. Geol.*, 47, 3, 225—251, 1939.
- [18] R. Eirich, *Rheology*, I, II, New York, 1958.

ON TEMPORAL DISTRIBUTION OF LARGE AFTERSHOCKS OF THE SEQUENCE OF A MAJOR EARTHQUAKE AND PRELIMINARY THEORETICAL EXPLANATION

GU JI-CHENG

(Institute of Geophysics, State Seismological Bureau)

XIE XIAO-BI

ZHAO LI

(Students, University of Science and Technology of China)

Abstract

Sequences of 28 major earthquakes occurred in China have been analyzed. It is found that:

(1) For the mainshock-aftershock type of earthquake sequence, there is a relation between the "waiting time" Δt of a strong aftershock (so-called, as the time interval from its preceding strong aftershock) and the time of its occurrence t (time interval from the moment of onset of the mainshock), namely,

$$\lg \Delta t = A \lg t + B$$
$$A \doteq 0.92, B \doteq -0.11$$

(2) For a twin earthquake (two main shocks) or a swarm of strong (more than two main shocks) earthquakes, such a relation becomes apparent only after the occurrence of the final main shock.

A preliminary discussion has been made in connection with the applications of the above result in discerning the type of earthquake sequence and prediction of strong aftershocks following the major earthquake. Furthermore, based on the principles of rheology and fracture mechanics, a preliminary theoretical explanation of the relation between $\lg \Delta t$ and $\lg t$ was attempted.